

实验六 常微分方程求解实验

1. 解初值问题各种方法比较

实验题目：给定初值问题

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + xe^x, 1 < x \leq 2 \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

其精确解为 $y = x(e^x - e)$ 按

(1) 欧拉法，步长 $h=0.025$ ， $h=0.1$

(2) 改进欧拉法，步长 $h=0.05$ ， $h=0.01$

(3) 四阶标准龙格-库塔法，步长 $h=0.1$

求在节点处 $x_k = 1 + 0.1k (k = 1, 2, \dots, 10)$ 的数值解及误差，比较各方法的优缺点。

2. 常微分方程性态和龙格-库塔法稳定性

实验题目：给定常微分方程初值问题

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \lambda y - \lambda x + 1, 0 < x < 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

其中 $-50 \leq \lambda \leq 50$

要求：

(1) 对参数 λ 取不同值，取步长 $h=0.01$ ，用四阶经典龙格-库塔法计算，将计算结果画图比较，并分析相应的初值问题的性态。

(2) 取参数 λ 为一个绝对值较小的负数和两个不同步长 h ，一个步长使 λ, h 在经典龙格-库塔法的稳定域内，另一个在稳定域外，分别用龙格-库塔法计算并比较计算结果，取全域等距的 10 个点上的计算值。

3. 刚性方程计算（选做）

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = -600y + 1199.8e^{-0.1x} - 600, 0 < x \leq 5 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

其精确解为 $y(x) = e^{-600x} + 2e^{-0.1x} - 1$ ，任选一显式方法，取不同的步长求解，并分析计算结果。